

## GUIA DOCENT

### CÀLCUL EN DIVERSES VARIABLES I OPTIMITZACIÓ





### 1. Dades de l'assignatura

Nom de l'assignatura	Càlcul en diverses variables i optimització
Codi	100093
Crèdits ECTS	9
Curs i període en el que s'imparteix	2n Curs / 1r Semestre
Horari	<a href="http://www.uab.cat/Document/823/173/HorGrauMat09-10-5.pdf">http://www.uab.cat/Document/823/173/HorGrauMat09-10-5.pdf</a>
Lloc on s'imparteix	FACULTAT DE CIÈNCIES
Llengües	
<b><u>Professor/a de contacte</u></b>	
Nom professor/a	Francesc Mañosas
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències
Despatx	C1/112
Telèfon	93 581. 45. 37
e-mail	manyosas@mat.uab.cat
Horari d'atenció	

### 2. Equip docent

Nom professor/a	José González Llorente
Departament	Matemàtiques
Universitat/Institució	Facultat de Ciències
Despatx	C1/-156
Telèfon	93 581. 45. 34
e-mail	jglllorente@mat.uab.cat
Horari de tutories	



<b>Nom professor/a</b>	José Ignacio Monreal
<b>Departament</b>	Matemàtiques
<b>Universitat/Institució</b>	Facultat de Ciències
<b>Despatx</b>	CB/004
<b>Telèfon</b>	93 581. 37. 40
<b>e-mail</b>	nachomg@mat.uab.cat
<b>Horari de tutories</b>	

### 3.- Prerequisits

Per tal que un alumne pugui cursar l'assignatura és molt important que hagi superat l'assignatura de *Càlcul Infinitesimal* de primer curs. Si aquest no és el cas, és imprescindible que, com a mínim, entengui profundament les nocions de convergència de successions així com els de continuïtat, derivabilitat i integrabilitat de funcions. També és molt important que l'alumne tingui una profunda destresa en la manipulació de límits, desenvolupaments de Taylor de funcions elementals, etc.

### 4.- Contextualització i objectius formatius de l'assignatura

Els objectius de l'assignatura són conèixer les tècniques bàsiques del càlcul diferencial de diverses variables i de la integració múltiple.

A la primera part del curs l'alumne ha de familiaritzar-se amb la relació entre corbes i superfícies com objectes geomètrics i funcions de diverses variables. Un punt fonamental és relacionar el concepte de variació d'una funció de diverses variables amb la idea de diferencial com a aplicació lineal. És essencial reconèixer que el comportament local d'una funció està determinat pel comportament de la diferencial. De la mateixa manera que en el cas d'una variable, les tècniques del curs s'aplicaran a la resolució de diferents problemes matemàtics o de la vida real com ara problemes geomètrics, d'optimització o en general, qüestions on s'ha de quantificar la variació d'una determinada magnitud en funció d'altres variables.

La segona part del curs, més instrumental, està dedicada al càlcul d'integrals múltiples. Tècniques com el canvi d'ordre d'integració i el teorema del canvi de variables són bàsiques en el desenvolupament d'altres assignatures de la carrera i l'alumne les ha de fer servir amb la fluïdesa necessària.



## 5.- Competències i resultats d'aprenentatge de l'assignatura

<b>Competència</b>	CE1. Comprendre i utilitzar el llenguatge matemàtic
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b></p> <p>Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seua aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	
<b>Competència</b>	CE2. Identificar les idees essencials de les demostracions d'alguns teoremes bàsics i saber-les adaptar per obtenir altres resultats.
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b></p> <p>Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seua aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	
<b>Competència</b>	CE3. Reconèixer la presència de les Matemàtiques en altres disciplines.
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b></p> <p>Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seua aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	
<b>Competència</b>	CE4. Calcular, reproduir determinades rutines i processos matemàtics amb agilitat.
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b></p> <p>Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticament problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seua aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	



<p><b>Competència</b></p>	<p>CE5. Assimilar la definició d'objectes matemàtics nous, de relacionar-los amb altres coneguts i de deduir les seves propietats.</p>
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b>          Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticamente problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seu aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	
<p><b>Competència</b></p>	<p>CE9. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadística, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o altres per experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.</p>
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b>          Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticamente problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seu aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	
<p><b>Competència</b></p>	<p>CE10. Demostrar una elevada capacitat d'abstracció.</p>
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b>          Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticamente problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seu aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	
<p><b>Competència</b></p>	<p>CE12. Treballar en equip.</p>
<p><b>Resultats d'aprenentatge</b>          Conèixer els resultats bàsics del Càlcul Diferencial en diverses variables reals. Saber aplicar els teoremes de la Funció Inversa i de la funció implícita a problemes concrets. Manejar amb facilitat canvis de variable per a calcular integrals de funcions contínues en dominis delimitats senzills. Saber plantejar i resoldre analíticamente problemes d'optimització relacionats amb àmbits no necessàriament matemàtics. Entendre els conceptes de convergència de sèrie i d'integrals així com dominar els criteris de convergència més importants. Conèixer la relació entre convergència uniforme i la continuïtat, la derivabilitat o la integrabilitat de funcions d'una variable. Saber calcular coeficients de Fourier de funcions periòdiques i les seves possibles aplicacions immediates en càlcul de sumes de sèries. Conèixer les transformacions de Fourier i de Laplace de funcions elementals i seu aplicació a la resolució d'equacions diferencials.</p>	



## 6.- Continguts de l'assignatura

### 1. Càlcul Diferencial de diverses variables.

- Nocions geomètriques i topològiques bàsiques a l'espai euclidià. Límits i continuïtat. Parametritzacions. Gràfiques i conjunts de nivell.
- Diferenciabilitat. Propietats bàsiques. Derivades parcials i derivades direccionals.. Extrems relatius.
- Derivades d'ordre superior. Fòrmula de Taylor. Anàlisi dels punts crítics.
- Teoremes de la Funció Inversa i Implícita. Varietats. Extrems condicionants. Multiplicadors de Lagrange.

### 2. Integració.

- Integral de Riemann de funcions acotades en rectangles. Propietats bàsiques.
- Integral de Riemann sobre dominis acotats. Funcions integrables.
- Teorema de Fubini.
- Teorema del canvi de variable.

## 7.- Metodologia docent i activitats formatives

L'assignatura disposa, al llarg del curs acadèmic de tres hores de classe de teoria, una hora de problemes i dues hores de seminari (en setmanes alternes) a la setmana. Es recomana fortament l'assistència a aquestes sessions.

S'obrirà una aplicació d'aquesta assignatura al Campus Virtual de la universitat per tal de subministrar tot el material i tota la informació relativa a aquesta assignatura que li calgui a l'estudiant.

Pel que fa a les classes de teoria, l'alumne disposarà, abans del començament de cada capítol de l'assignatura, d'uns apunts que li poden servir d'orientació. És molt important que l'estudiant hagi treballat personalment sobre aquest material abans d'anar a classe.

Periòdicament, l'estudiant rebrà unes llistes de problemes que ha de pensar i sobre els quals es treballarà a les classes de problemes.

Finalment, els alumnes s'organitzaran en grups de 4 o 5 persones que hauran de resoldre uns problemes que li seran lliurats amb prou antelació. Cada grup haurà de presentar per escrit les solucions dels problemes proposats i els haurà de resoldre a la pissarra el dia que fixi el professor.

### TIPUS D'ACTIVITAT

### ACTIVITAT

### HORES

### RESULTATS D'APRENTATGE

#### Dirigides

Classes de teoria	39	
Classes de problemes	26	
Realització de proves parcials	2	
Realització d'exàmens parcials	4	

#### Supervisades




### Autònomes

Estudi de teoria	42	
Realització de problemes	80	
Treballs en grup	12	
Preparació d'exàmens	20	

### 8.- Avaluació

Dintre del termini fixat pels professors, els grups hauran de lliurar les solucions dels problemes que periòdicament seran proposats. Es valorarà la correcció matemàtica de la solució, el text que es lliuri així com la claredat de l'exposició que es faci a classe. Sobre aquests lliuraments, cada grup obtindrà una nota que tindrà un pes del 20% en la nota final de cadascun dels seus membres.

Es realitzaran dues proves escrites d'una durada d'uns 60 minuts aproximadament els dies 16 de Novembre i 7 de Gener. Cada alumne obtindrà una nota que tindrà també un pes del 20% en la nota final.

El mes de febrer de 2009, es celebrarà l'examen final de l'assignatura. La nota d'aquest examen tindrà un pes del 60% a la nota final.

Si un alumne no aprova l'assignatura al febrer, podrà intentar recuperar al Juliol mitjançant un examen que tindrà un pes del 80% i farà mitja amb la nota de problemes.

Qualsevol alumne que hagi fet una entrega de problemes i s'hagi presentat a una de les proves parcials ja no podrà ésser avaluat com a "no presentat".

#### ACTIVITATS D'AVUACIÓ

#### HORES

#### RESULTATS D'APRENTATGE

ACTIVITATS D'AVUACIÓ	HORES	RESULTATS D'APRENTATGE

### 9- Bibliografia i enllaços web

Bombal, Rodríguez y Vera. *Problemas de Análisis Matemático*. AC.

Aquest és un llibre eminentment pràctic. Conté una gran varietat de problemes resolts de diversa dificultat i us pot ser de molta utilitat en el moment de buscar exemples o preparar les classes de problemes. Us seran útils els capítols 9 i 10.

M. Spivak. *Càlculo en variedades*. Reverté.

Aquest llibre ens serà molt útil per la segona part del curs. També per la primera part tot i que està exposada de manera molt sintètica.