

Successions

Successió de Fibonacci



$$\begin{cases} a_0 = a_1 = 1, \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

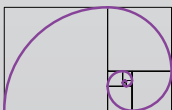
Quocients de la successió de Fibonacci

$$q_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$$\lim q_n = \phi$$

$$= \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

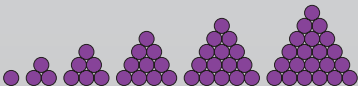
$\approx 1,618034 \dots$ (Raó àurea)



Successió de quadrats n^2 : 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...



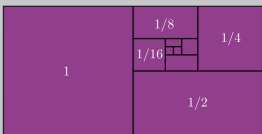
Nombres triangulars $\frac{n(n+1)}{2}$: 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...



Sèries

Sèries infinites amb sumes finites

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2$$



Suma dels inversos dels quadrats

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

Inversos dels nombres triangulars

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)} &= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} \dots \\ &= 2 \left(\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) \right. \\ &\quad \left. + \dots \right) = 2 \end{aligned}$$

La sèrie harmònica

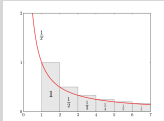
Una sèrie pot tenir suma infinita.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots = \infty$$

Tot i que

$$\left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \int_1^n \frac{1}{x} dx \right) \rightarrow \gamma \approx 0,577\dots$$

γ és la *constant d'Euler-Mascheroni* i es desconeix si és racional



Fraccions contínues

$$[a_0, a_1, a_2, a_3, \dots] = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}}$$

$$\phi = [1, 1, 1, 1, 1, \dots]$$

El nombre e

($e \approx 2,7182818284590452353602\dots$)

Successió

$$\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \rightarrow e$$

Sèrie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \dots = e$$

Fracció contínua

$$e = [1, 0, 1, 1, 2, 1, 1, 4, 1, 1, 6, \dots, 1, 1, 2n, \dots]$$

grau grau
d'estadística de matemàtiques
aplicada

mat.uab.cat/gea mat.uab.cat/gmat

autors Sílvia Cuadrado (Dpt. Matemàtiques)
Utpal Sarkar (Hewlett-Packard)

disseny Àrea de Planificació de Sistemes d'Informació - APSI

UAB

Universitat Autònoma de Barcelona