distribucions de probabilitat

Discretes

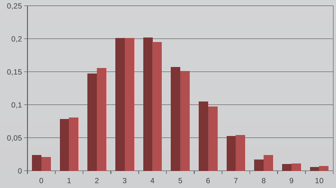
Binomial: $X \sim \mathbf{B}(n,p)$

$$\mathbb{P}\{X=k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0,1,\dots,n.$$

X és el número de vegades que es produeix un esdeveniment A en n experiments independents en què cada experiment A ocorre amb probabilitat p.

Poisson: $X \sim \mathbf{Poiss}(\lambda)$

$$\mathbb{P}\{X=k\} = \mathrm{e}^{-\lambda}\,\frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0,1,\dots,n,\dots$$



Experiment de Rutherford, Chadwick i Ellis (1920). En color fosc, la freqüència relativa d'emisió de k partícules en intervals de 7.5 segons per una substància radiactiva, en color clar les probabilitats d'una $\mathbf{Poiss}(3.87)$.

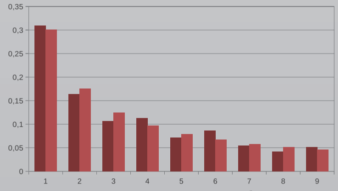
Geomètrica: $X \sim \mathbf{Geom}(p)$

$$\mathbb{P}\{X=k\} = (1-p)^{k-1}\,p, \quad k = 1,2,\dots,n,\dots$$

X és el número d'experiments independents que cal realitzar per tal que es produeixi un esdeveniment A, si a cada experiment la probabilitat que es produeixi A és p.

Benford-Newcomb

$$\mathbb{P}\{X=k\} = \log_{10}\left(\frac{k+1}{k}\right) \quad k = 1,2,\dots,9.$$



En fosc, la freqüència relativa de k com a primer dígit significatiu de la superfície de 355 rius (dades publicades per Benford el 1938), en color clar, les probabilitats de cada k segons la llei de Benford-Newcomb.

Amb densitat

Si X té densitat $f(x)$ aleshores

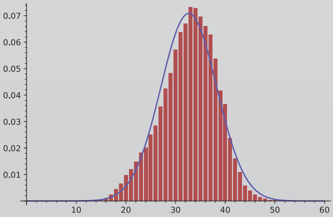
$$\mathbb{P}\{u < X < v\} = \int_u^v f(x)\,dx\,.$$

Uniforme en (a,b): $X \sim \mathbf{Unif}(a,b)$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in (a,b) \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

Normal/Gaussiana: $X \sim \mathbf{N}(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



En vermell, la freqüència relativa de naixements a Catalunya el 2018 segons l'edat de la mare. En blau, la corba normal que s'ajusta a aquestes dades.

Exponencial: $X \sim \mathbf{Exp}(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda\,\mathrm{e}^{-\lambda\,x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{altrament} \end{cases}$$

X modela temps aleatoris que tenen la propietat de falta de memòria, com per exemple el temps que transcorre entre dues emissions de partícules radioactives.

Aproximació de la Binomial per la Normal

Si n és gran,

$$\mathbf{B}(n,p) \approx \mathbf{N}\Big(n\,p, n\,p\,(1-p)\Big)$$

L'anomenada "màquina de Galton" il·lustra aquesta aproximació. Es poden localitzar a internet imatges interessants d'aquest giny.

graus de Matemàtiques
Matemàtica computacional
Estadística aplicada
mat.uab.cat

autor Maria Jolis
Dpt. Matemàtiques

disseny Àrea de Comunicació
Unitat de web